

强磁场与手征不平衡夸克物质中的 π 介子质量

Pion Masses in Magnetized Quark Matter with Chirality Imbalance

翟士杰

中国科学院大学

2026 年 9 月 14 日

1. 动机

LLL 基线与格点强场趋势

2. 解析结构

Ritus 动量、极化函数与
阈值

3. 结果

π^0 基线与 π^+ 的 μ_5 响应

$$B \uparrow: E_{\pi^+}^{\text{LLL}} \uparrow, \quad \mu_5 \uparrow: E_{\pi^+} \downarrow?$$

核心问题: μ_5 是否产生与磁场相竞争的内部响应。

$$E_0^2(B) = m^2 + |eB|$$

$$E_0(B) \geq \sqrt{|eB|}$$

强场格点计算结果

带电 pion 在强场区出现增长抑制，甚至向下弯折。

H.-T. Ding and D. Zhang, Phys. Rev. D 113, 094503 (2026).

因此，自由点粒子 LLL 公式可作为弱场参照，但不能作为强场复合态的定量结果。

要理解强场行为，必须分析复合态内部动力学。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m_0 + \mu_5 \gamma^0 \gamma^5) \psi + G_S [(\bar{\psi}\psi)^2 + (\bar{\psi}i\gamma^5 \boldsymbol{\tau}\psi)^2]$$

自洽质量

$$M = m_0 - 2G_S \langle \bar{\psi}\psi \rangle$$

Ritus 动量

$$\bar{p} = (p_0, 0, -s_f \sqrt{2n|q_f B|}, p_3)$$
$$s_f = \text{sgn}(q_f B)$$

RPA 极点

$$D_M^R(\omega) = \frac{2G_S}{1 - 2G_S \Pi_M^R(\omega)}$$

介子质量由传播子极点确定。

磁场中的 Ritus 表象

Landau 量子化

均匀磁场

$$\mathbf{B} = B \hat{z}$$

保留纵向连续动量 p_3 , 横向运动离散为 Landau 能级:

$$\bar{p}_f^\mu = (p_0, 0, -s_f \sqrt{2nB_f}, p_3),$$

$$B_f = |q_f B|, \quad s_f = \text{sgn}(q_f B).$$

Ritus 基中的传播子

$$S_f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \int \frac{dp_0 dp_2 dp_3}{(2\pi)^3} E_{f,n,p}(x) \tilde{S}_{f,n}(p_0, p_3) \bar{E}_{f,n,p}(y).$$

在每个 Landau 能级上,

$$\tilde{S}_{f,n} \sim \sum_{\eta=\pm 1} \frac{\mathcal{N}_{f,n,\eta}}{p_0^2 - E_{f,n,\eta}^2}$$

其中

$$E_{f,n,\eta} = \sqrt{M^2 + (\varepsilon_{f,n} + \eta \mu_5)^2},$$

$$\varepsilon_{f,n} = \sqrt{p_3^2 + 2nB_f}.$$

Ritus 表象使磁场中传播子按 Landau 能级展开。

μ_5 下的准粒子分支

$$\varepsilon_{f,n}(p_3) = \sqrt{p_3^2 + 2n|q_f B|}, \quad E_{f,n,\eta}(p_3) = \sqrt{M^2 + (\varepsilon_{f,n} + \eta\mu_5)^2}$$

$$p_0 = \pm E_{f,n,\eta}, \quad \eta = \pm 1$$

$$\eta = +1$$

$$\mu_5 \uparrow \Rightarrow E_{f,n,+} \uparrow$$

$$\eta = -1$$

$$\varepsilon_{f,n} > \mu_5 : \quad \mu_5 \uparrow \Rightarrow E_{f,n,-} \downarrow$$

$\eta = \pm 1$ 描述两个螺旋度型分支, μ_5 使两个分支发生能级劈裂。

π^0 的极化函数与解析结构

$$\Pi_{\pi^0}(\omega) = \frac{2N_c}{(2\pi)^3} \sum_{f=u,d} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \pi B_f \sum_{\eta=\pm 1} \times \int_0^{\infty} dp_3 \frac{4E_{f,n,\eta}(p_3) \tanh[E_{f,n,\eta}(p_3)/(2T)]}{4[E_{f,n,\eta}(p_3)]^2 - \omega^2}.$$

$$[E_{f,n,\eta}(p_3)]^2 = M^2 + [\varepsilon_{f,n}(p_3) + \eta\mu_5]^2, \quad \alpha_n = 2 - \delta_{n0}, \quad B_f = |q_f B|.$$

静止中性道的选择规则

$$n' = n, \quad \eta' = \eta$$

$q_{\perp} = 0$ 下 Ritus 正交性给出 $n' = n$;
在 $q = 0$ 的静止极点下, 赝标量顶角不混合 η 分支。

解析结构

$$\omega = 2E_{f,n,\eta}(p_3)$$

$$\omega_{f,n,\eta}^U = 2 \min_{p_3 \geq 0} E_{f,n,\eta}(p_3)$$

$$\lambda_{f,n} = \sqrt{2nB_f}, \quad B_f = |q_f B|$$

$$\eta = +1$$

$$p_{3,+}^{\min} = 0$$

$$\omega_{f,n,+}^U = 2\sqrt{M^2 + (\lambda_{f,n} + \mu_5)^2}$$

$$\eta = -1$$

$$p_{3,-}^{\min} = \begin{cases} 0, & \mu_5 < \lambda_{f,n}, \\ \sqrt{\mu_5^2 - \lambda_{f,n}^2}, & \mu_5 \geq \lambda_{f,n}, \end{cases}$$

$$\omega_{f,n,-}^U = 2\sqrt{M^2 + [\max(\lambda_{f,n} - \mu_5, 0)]^2}$$

LLL 的 $\eta = -1$ 分支在 $p_3 = \mu_5$ 处给出 $\omega_{\min}^U = 2M$ 。

π^+ 的双重 Landau 求和与解析结构

$$\Pi_{\pi^+}(\omega) \sim \sum_{n,n'=0}^{\infty} \sum_{\eta,\eta'=\pm 1} \int_0^{\infty} dp_3 \sum_a \mathcal{K}_a^{nn'\eta\eta'}(p_3) \mathcal{D}_a^{nn'\eta\eta'}(\omega, p_3),$$

其中

$$E_u \equiv E_{u,n',\eta}(p_3), \quad E_d \equiv E_{d,n,\eta'}(p_3).$$

剩余因子 $\mathcal{K}_a$

$\mathcal{K}_a$: 除极点外的其他系数

收集除显式能量分母之外的全部系数，决定各 (n, n', η, η') 通道的相对贡献。

极点结构 $\mathcal{D}_a$

$$\mathcal{D}_a = \frac{1}{\omega \pm E_u \pm E_d}$$

给出关于外能量 ω 的候选运动学奇点，并决定相应连续谱的运动学边界。

$\mathcal{D}_a$ 决定奇点的运动学位置； $\mathcal{K}_a$ 决定相应通道是否具有非零贡献以及强弱。

π^+ 的 Unitary cut 与 Landau cut

Unitary cut

$$\omega = E_u + E_d$$

$$\omega_{nn'\eta\eta'}^U = \min_{p_3 \geq 0} [E_{u,n',\eta}(p_3) + E_{d,n,\eta'}(p_3)]$$

夸克-反夸克对产生的最低能量。

Landau cut

$$\omega = |E_u - E_d|$$

$$\Omega_{nn'\eta\eta'}^L = \{ |E_u(p_3) - E_d(p_3)| : p_3 \geq 0 \}$$

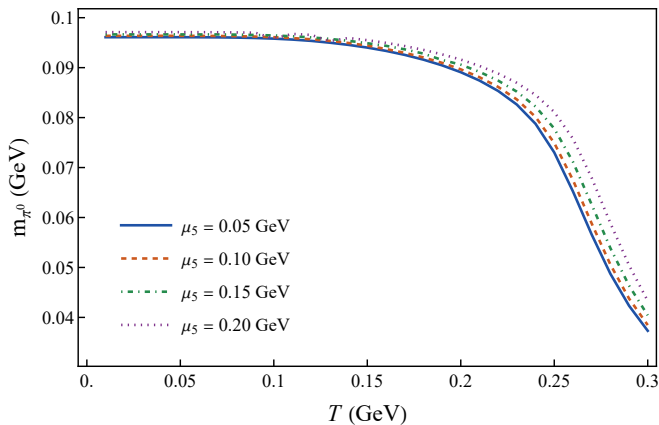
热准粒子散射产生的连续能量区间。

带电通道不存在统一的 $2M$ 阈值

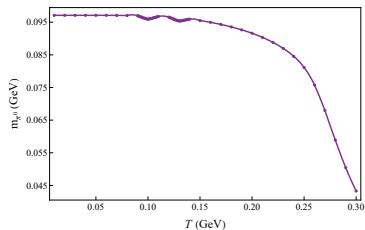
实轴质量解由实逆传播子的连续零点确定，并满足相应的斜率约束。

在低于最低 Unitary 阈值的前提下，还需检查质量零点是否落在具有非零贡献的 Landau cut 上。

π^0 数值结果



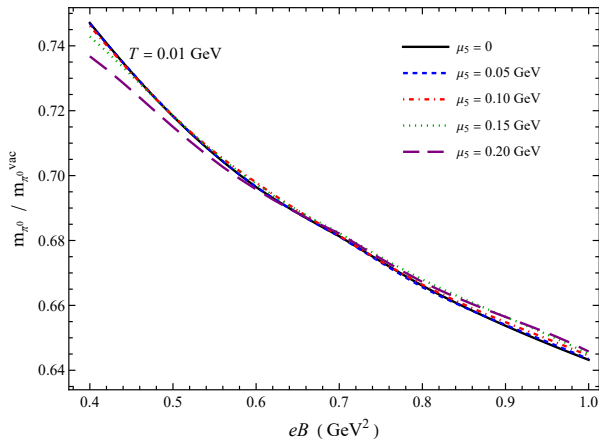
磁场均为 $eB = 1 \text{ GeV}^2$



$\mu_5 = 0.20 \text{ GeV}$ (局部放大)

- 低温：曲线接近
- 手征相变区：分离增强
- 浅的凹陷低于 $2M$

π^0 的近零温磁场响应

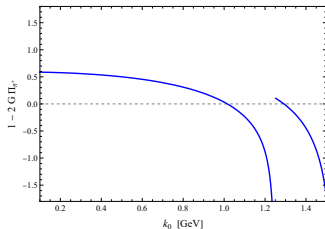


- $eB \uparrow$ 时, m_{π^0} 整体下降
- 不同 μ_5 曲线较为接近, 近零温下 μ_5 效应较弱
- π^0 总电荷为零, 无外部介子 Landau 量子化, 磁场响应主要来自内部夸克动力学

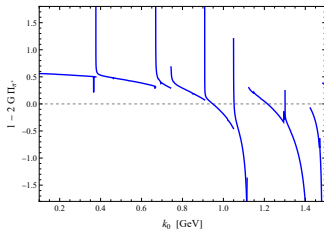
近零温下, 磁场显著降低 m_{π^0} , 而 μ_5 对这一磁场响应的修正相对较弱。

π^+ 实逆传播子随外能量 k_0 的变化

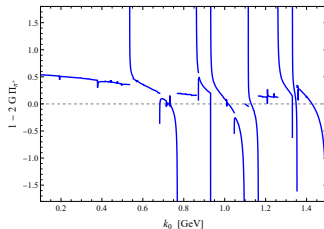
$$eB = 1 \text{ GeV}^2 \quad \mu_5 = 0.20 \text{ GeV}$$



$$T = 0.01 \text{ GeV}$$



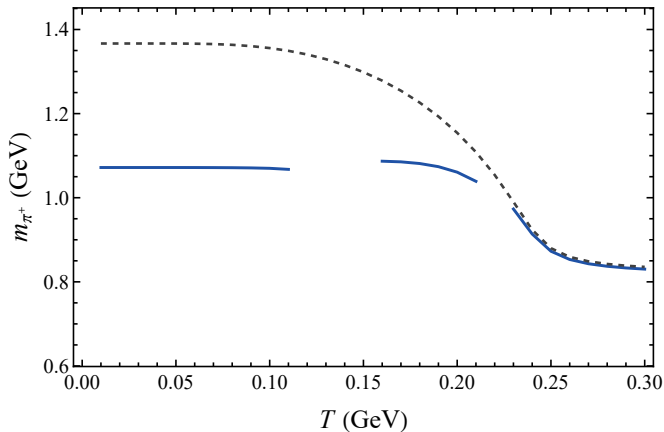
$$T = 0.18 \text{ GeV}$$



$$T = 0.25 \text{ GeV}$$

阈值与奇异结构改变实逆传播子的解析行为，使质量零点随参数变化时出现中断或跳变。

π^+ 在 $\mu_5 = 0$ 质量谱

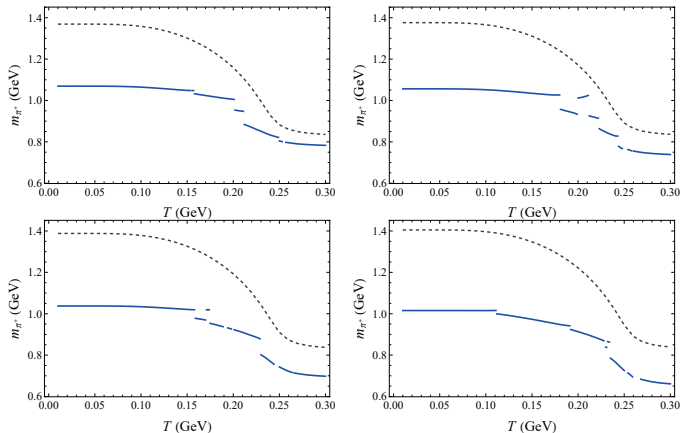


$eB = 1 \text{ GeV}^2$ 蓝色实线: m_{π^+} , 灰色虚线: 最低 $q\bar{q}$ Unitarity 阈值。

$$T \uparrow \Rightarrow m_{\pi^+} \downarrow$$

- 低温质量近似不变
- 手征相变区软化
- 间断不强行连接

有限 μ_5 的 π^+ 质量



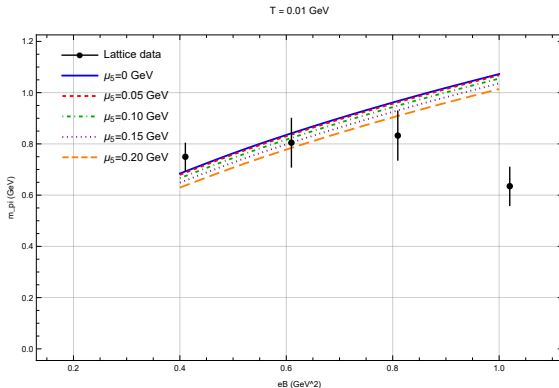
左上至右下: $\mu_5 = 0.05, 0.10, 0.15, 0.20 \text{ GeV}$; $eB = 1 \text{ GeV}^2$ 。

蓝色实线: m_{π^+} , 灰色虚线: 最低 $q\bar{q}$ Unitary 阈值。

$$\mu_5 \uparrow \Rightarrow m_{\pi^+} \downarrow$$

- 低温: μ_5 响应较弱
- 手征相变区: 敏感性增强
- 来自完整极化函数

π^+ 的磁场响应



Lattice data from H.-T. Ding and D. Zhang, Phys. Rev. D **113**, 094503 (2026).

$$B \uparrow \Rightarrow m_{\pi^+} \uparrow$$

$$\mu_5 \uparrow \Rightarrow m_{\pi^+} \downarrow$$

常数 μ_5 使曲线整体下移，
但尚不足以反转其随
 B 的上升趋势。

主要结论

- ① 对于 π^0 ，静止极点下 Ritus 正交性使两条内部传播子保持同一 Landau 能级，且赝标量顶角不混合 η 分支，因此不存在有限能量的散射型 Landau cut。
- ② 对于 π^+ ，夸克圈中的 u 、 d 两条传播子具有不同的 Landau 量子化结构，因此出现双重 Landau 求和，并产生 Unitary cut；有限温下还出现 Landau cut。
- ③ 数值结果表明，固定 B 时增大 μ_5 会降低 π^+ 的物理质量，且这一效应在手征相变区更加明显。
- ④ 固定 μ_5 时， m_{π^+} 仍随 B 整体上升；因此常数 μ_5 尚不足以再现格点结果中的强场转折。

未来展望

谱函数

$$\rho_{\pi^+}(\omega)$$

复极点与衰变宽度

Landau cut 上的共振结构

$\mu_5(B, T)$ 的动力学来源

手征不平衡为带电 pion 提供了与 Landau 上移相竞争的内部软化机制。

谢谢大家！